



**Provas de Acesso ao Ensino Superior
Para Maiores de 23 Anos**

Candidatura de 2019

Exame de Matemática

Tempo para realização da prova: 2 horas

Tolerância: 30 minutos

Material admitido: *material de escrita e uma calculadora científica sem capacidade gráfica*

A prova é constituída por duas partes, designadas por Parte I e Parte II.

- **A Parte I** inclui 7 questões de escolha múltipla.
 - Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais apenas uma está correta.
 - Se apresentar mais do que uma resposta ou se a resposta for ilegível, a questão será anulada.
 - Não apresente cálculos nem justificações neste grupo de questões.
 - Escreva na folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que considera correta.

- **A Parte II** inclui 6 questões de resposta aberta.
 - Nas questões desta parte, apresente de forma clara o seu raciocínio, indicando todos os cálculos que efetuar e todas as justificações que considerar necessárias.
 - Nas aproximações numéricas, quando necessárias, deve ser usada a aproximação às centésimas.
 - A avaliação incidirá sobre a qualidade das justificações e tipo de cálculos apresentados, para além do grau de acerto atingido, por cada resposta dada.

GRELHA DE COTAÇÃO DA PROVA

QUESTÕES	COTAÇÃO (valores)
PARTE I	
1.	1
2.	1
3.	1
4.	1
5.	1
6.	1
7.	1
TOTAL DA PARTE I	7
PARTE II	
1.	1,5
2.1.	1,5
2.2.	1,5
3.1.	1,0
3.2.	1,0
4.1.	1,0
4.2.	1,0
4.3.	1,0
5.1.	1,0
5.2.	1,0
6.1.	0,8
6.2.	0,7
TOTAL DA PARTE II	13
TOTAL DA PROVA	20

FORMULÁRIO

NÚMEROS

Valor aproximado de π (pi): 3,14159

GEOMETRIA

Perímetro do círculo: $2 \pi r$, sendo r a medida do raio do círculo

Áreas

Paralelogramo: $Base \times Altura$

Losango: $\frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$

Trapézio: $\frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$

Polígono Regular: $\frac{Perímetro}{2} \times Altura$

Círculo: πr^2 , sendo r a medida do raio do círculo

Superfície esférica: $4 \pi r^2$, sendo r a medida do raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: $Área\ da\ base \times Altura$

Pirâmide e cone: $\frac{Área\ da\ base \times Altura}{3}$

Esfera: $\frac{4\pi r^3}{3}$, sendo r a medida do raio da esfera

ÁLGEBRA

Fórmula resolvente de uma equação do 2º grau da forma $ax^2 + bx + c = 0$:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

TRIGONOMETRIA

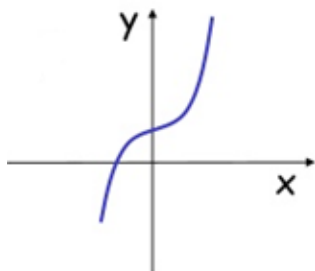
Fórmula fundamental: $\text{sen}^2(x) + \text{cos}^2(x) = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\text{tg}(x) = \frac{\text{sen}(x)}{\text{cos}(x)}$

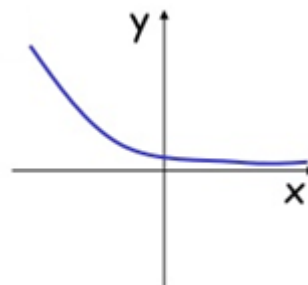
Parte I

1. Seja $f: \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ a função definida por $f(x) = \frac{16^x \sqrt{4^x}}{\sqrt{4^{2x}}}$. Qual dos gráficos seguintes pode ser o gráfico de f ?

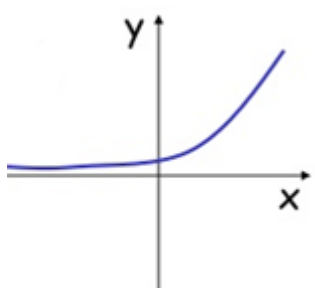
A)



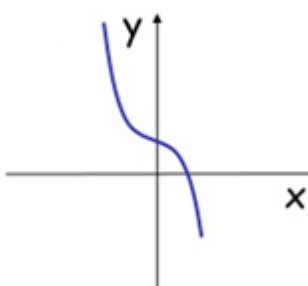
C)



B)



D)



2. Considere as seguintes igualdades:

(I) $\sqrt[5]{|x|} = |\sqrt[5]{x}|$; (II) $\frac{x-3}{x-3} = 1$; (III) $\sqrt{\sqrt{x}} = x$; (IV) $\sqrt[3]{\sqrt{x^6}} = |x|$;

Qual das seguintes opções é correta para todo $x \in \mathcal{R}$?

- A) Só a I.
B) Todas.

- C) Só a I e a III.
D) Só a I e a IV.

3. O valor da expressão $\log_3(\sqrt[3]{81} \div \sqrt{27})$ é:

- A) $-\frac{1}{6}$.
B) $\frac{1}{3}$.

- C) $-\frac{1}{3}$.
D) $\frac{1}{6}$.

4. Indique qual das inequações seguintes é equivalente à inequação:

$$3x - (x - 2)^3 < 3x^2 - 4x$$

- A) $(x - 2)^3 < -3x^2 + 7x$
B) $(x - 2)^3 > 7x - 3x^2$

- C) $3x - x^3 - 2^3 < 3x^2 - 4x$
D) $(x - 2)^3 < -4x$

5. Seja (u_n) a sucessão cujo termo geral representa a área do círculo de ordem n da sequência representada na Figura 1.

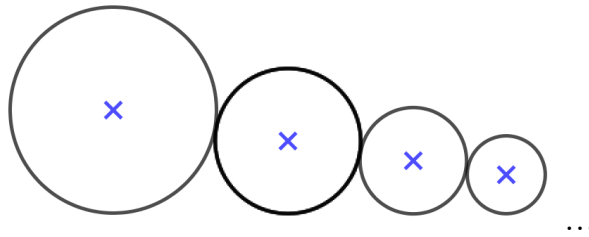


Figura 1

O primeiro círculo da sequência tem raio 3, sendo os círculos subsequentes construídos de modo que o raio de cada um é $\frac{2}{3}$ do raio do círculo anterior. Nessas condições, o termo geral da sucessão (u_n) é:

A) $\frac{2^{2n-2}}{3^{2n-4}} \pi$

B) $\pi \frac{2^{2n}}{3^{2n-2}}$

C) $\left(\frac{2}{3}\right)^{n-2} \times 3 \pi$

D) $\frac{2^{n-3}}{3^{n-2}} \pi$

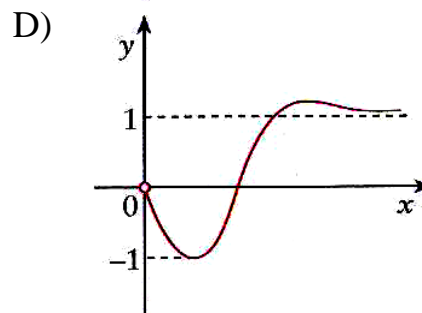
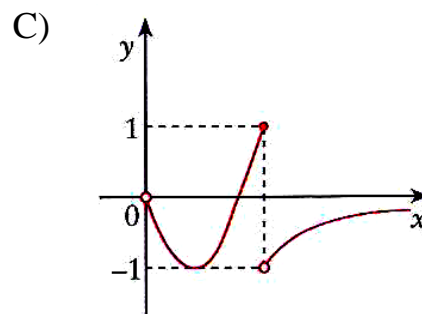
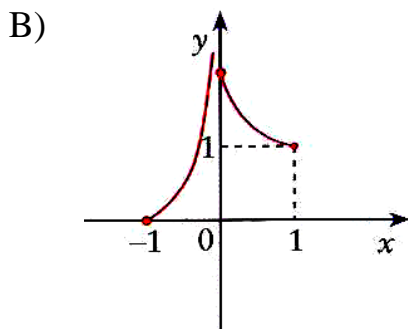
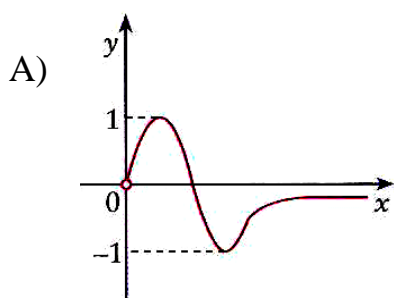
6. De uma função f sabe-se que:

I) $D_f = \mathcal{R}^+$

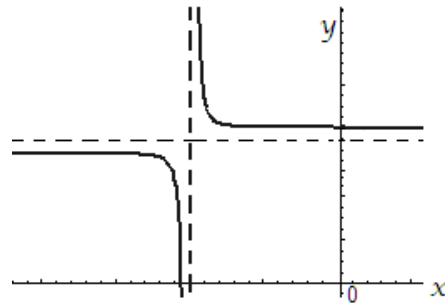
II) O contradomínio da função f é o intervalo $[-1, 1]$.

III) A equação $f(x) = \frac{1}{2}$ admite uma, e uma só, solução.

Uma possível representação gráfica de f é:

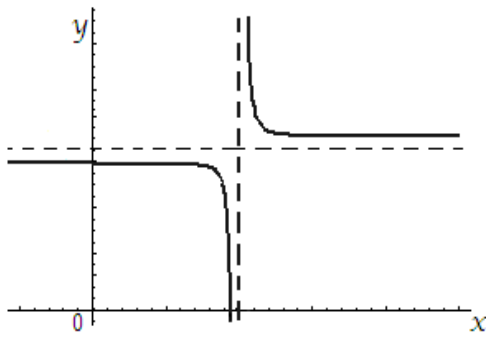


7. Seja f a função real de variável cujo gráfico é:

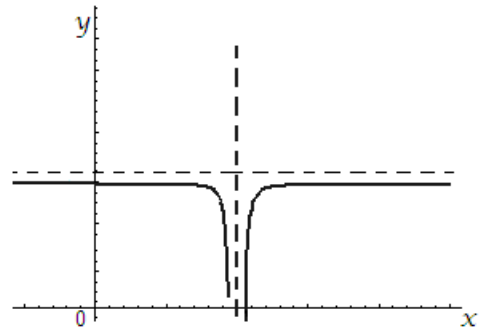


Então, o gráfico de $-f(-x)$ é:

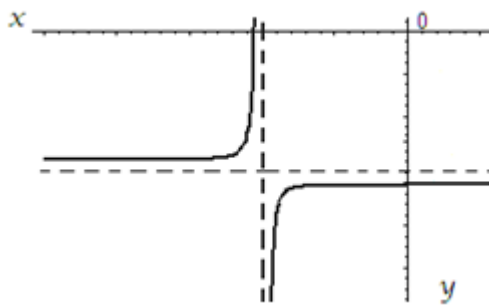
A)



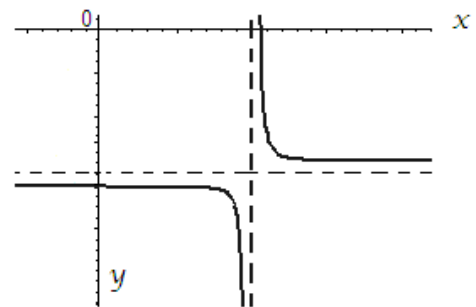
C)



B)

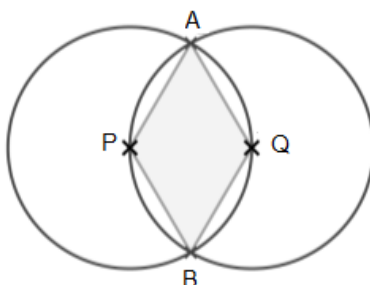


D)

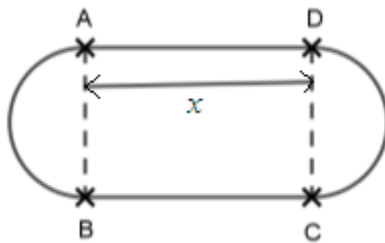


Parte II

1. A figura abaixo representa dois círculos com o mesmo raio, $r = 2$ cm, e centro P e Q, respectivamente. Determine a área do losango [APBQ].



2. A figura representa uma superfície plana constituída por um retângulo [ABCD] e dois semicírculos de diâmetros [AB] e [CD]. A área do retângulo é 200 m^2 e $\overline{AD} = x$ metros.

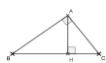


- 2.1. Mostre que o perímetro da figura, $P(x)$, é dado por:

$$P(x) = \frac{200\pi}{x} + 2x$$

- 2.2. Determine o valor de x para que a área total da figura, em m^2 , seja $200 + 25\pi$.

3. Na figura ao lado está representado um triângulo retângulo [ABC] cuja medida do comprimento da hipotenusa [BC] é de 20 m, e a medida do comprimento do cateto [AC] é de 5 m. Considerando [AH] a altura em relação à hipotenusa [BC], calcule sem aproximações:



- 3.1. O comprimento do segmento [AH];
3.2. O comprimento do segmento [HC].

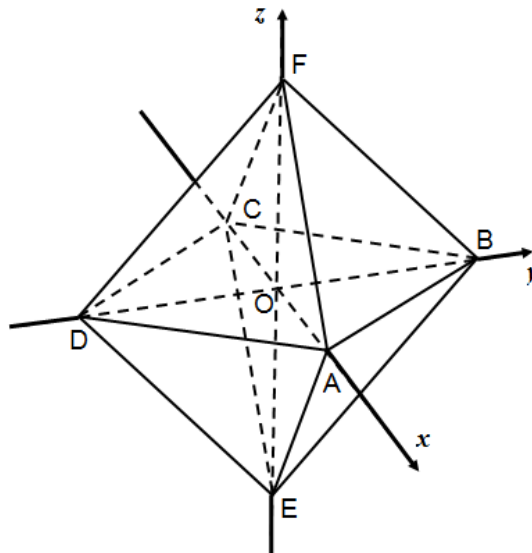
4. Considere num referencial ortonormado de origem O, os pontos A(-16,13), B(3,4) e C(-12,5).
Determine sem aproximações:

4.1. A amplitude do ângulo BOC;

4.2. As coordenadas de um vetor \vec{u} paralelo ao vetor \overrightarrow{AC} , tal que $||\vec{u}|| = 10$;

4.3. Uma equação da circunferência que tenha [BC] por diâmetro.

5. No referencial ortonormado Oxyz está representado um octaedro com os seis vértices A, B, C, D, E e F sobre os eixos coordenados e todos eles à distância de 2 cm da origem. Por exemplo, A(2,0,0).



5.1. Escreva uma equação do plano medidor de [AB].

5.2. Escreva uma equação da reta que passa no ponto F e é paralela ao vetor \overrightarrow{CD} .

6. Três máquinas de produção de botões, A, B e C, produzem respetivamente 15%, 25% e 60% da produção total. A percentagem de botões de defeituosos fabricados pelas máquinas A, B e C é, respetivamente 5%, 7% e 4%.

6.1. Qual é a percentagem de botões defeituosos produzidos pelas três máquinas? Justifique.

6.2. Se eventualmente for encontrado um botão defeituoso, qual é a probabilidade deste ter sido feito pela máquina B?

FIM