+

Provas de Acesso ao Ensino Superior

Para Maiores de 23 Anos

Candidatura de 2026

PROVA DE MATEMÁTICA A

Tempo para a realização da prova: 2 horas
Tolerância: 30 minutos
Material admitido: *material de escrita e uma calculadora científica sem capacidade gráfica*

A prova é constituída por questões de escolha múltipla e questões de resposta aberta.

- Questões de escolha múltipla.

– Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais apenas uma está correta.

– Se apresentar mais do que uma resposta, ou se a resposta for ilegível, a cotação atribuída a esta resposta será zero valores.

– Não apresente cálculos nem justificações ao responder a estas questões.

– Escreva na folha de respostas o número de cada questão, indicando **apenas a letra** correspondente à alternativa que considera correta, como se mostra a seguir, caso na questão 1 tenha selecionado a opção A.

Exemplo: 1. (A)

- Questões de resposta aberta.

– Nas questões desta parte, apresente de forma clara o seu raciocínio, indicando todos os cálculos que efetuar e todas as justificações que considerar necessárias.

– Apresente os resultados de forma exata, na sua forma mais simplificada, sem usar aproximações decimais, exceto nas questões em que estas são solicitadas.

– A avaliação incidirá sobre a qualidade das justificações e o tipo de cálculos apresentados, para além do grau de acerto atingido, por cada resposta dada.

GRELHA DE COTAÇÃO DA PROVA

QUESTÕES	COTAÇÃO (valores)
1.	0,6
2.1.	0,7
2.2.	0,5
2.3.	0,8
3.	2,7
4.1.	1,3
4.2.	0,8
5.1.	0,4
5.2.	0,4
5.3.	0,4
5.4.	0,4
5.5.	0,6
6.1.	0,6
6.2.	1,6
7.1.	1,5
7.2.	1,0
8.1.	1,0
8.2.	0,7
8.3.	0,4
9.0.	1,4
10.1.	0,6
10.2.	1,6
TOTAL DA PROVA	**20**

FORMULÁRIO

Geometria

Comprimento de um arco de circunferência: $\alpha \times r$

($\alpha -$ amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; *r* - raio)

Área de um polígono regular: *Semiperímetro* × *Apótema*

Área de um sector circular: $\frac{\alpha \times r^2}{2}$

($\alpha -$ amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; *r* - raio)

Área lateral de um cone: $\pi \times r \times g$

(*r* -raio da base; *g* – geratriz)

Área de uma superfície esférica: $4 \times \pi \times r^2$

(*r* - raio)

Volume de uma pirâmide: $\frac{1}{3} \times Área\ da\ base\ \times Altura$

Volume de um cone: $\frac{1}{3} \times Área\ da\ base\ \times Altura$

Volume de uma esfera: $\frac{4}{3} \times \pi \times r^3$

(*r* - raio)

Regras de derivação

$$(\boldsymbol{u} + \boldsymbol{v})' = \boldsymbol{u}' + \boldsymbol{v}'$$

$$(\boldsymbol{uv})' = \boldsymbol{u'v} + \boldsymbol{uv'}$$

$$\left(\frac{\boldsymbol{u}}{\boldsymbol{v}}\right)' = \frac{\boldsymbol{u'v} - \boldsymbol{uv'}}{\boldsymbol{v}^2}$$

$$(\boldsymbol{u}^{\boldsymbol{n}})' = \boldsymbol{n}\boldsymbol{u}^{\boldsymbol{n}-\mathbf{1}}\boldsymbol{u}'$$

$$(\boldsymbol{sen\ u})' = \boldsymbol{u'cos\ u}$$

$$(\boldsymbol{cos\ u})' = -\boldsymbol{u'sen\ u}$$

$$(\boldsymbol{tg\ u})' = \frac{\boldsymbol{u}'}{\boldsymbol{cos^2 u}}$$

$$(\boldsymbol{a}^{\boldsymbol{u}})' = \boldsymbol{u}'\ \boldsymbol{a}^{\boldsymbol{u}}\boldsymbol{ln\ a}$$

$$(\boldsymbol{log_a\ u})' = \frac{\boldsymbol{u}'}{\boldsymbol{u\ ln\ a}}$$

Progressões

<u>Progressão aritmética</u>

Termo geral: $u_n = u_1 + (n-1) \times r$

Soma dos *n* primeiros termos consecutivos da p. a.:

$$S_n = \frac{u_1 + u_n}{2} \times n$$

<u>Progressão geométrica</u>

Termo geral: $u_n = u_1 \times r^{n-1}$

Soma dos *n* primeiros termos consecutivos da p. g.:

$$S_n = u_1 \times \frac{1-r^n}{1-r}$$

Limites notáveis

$$\lim \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{sen\ x}{x} = 1$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x\to +\infty} \frac{ln\ x}{x} = 0$$

$$\lim_{x\to +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty$$

Trigonometria

$$sen(a+b) = sen\ (\mathrm{a}) \times \cos(b) + sen\ (b) \times \cos(a)$$

$$\cos(a+b) = \cos(a) \times \cos(b) - sen\ (a)\ \times sen\ (b)$$

Estatística

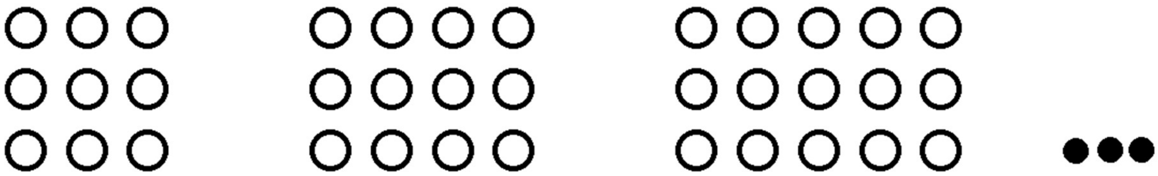
$$\bar{x} = \frac{\sum(x_i \times f_i)}{n}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i(\ x_i - \bar{x}\ )^2}{n}}$$

1. Qual é o limite da sucessão de termo geral $\left(1+\frac{5}{3n}\right)^{6n}$?

A) e^{30} B) e^{10} C) e^{5} D) $+\infty$

2. Na figura estão representados os três primeiros termos de uma sequência de figuras. Considera a sucessão (c_n), do número de circunferências em cada figura, supondo que se mantém a lei de formação sugerida na figura.



2.1. Qual é o termo geral da sucessão (c_n)?

2.2. Qual é a ordem do termo que contém 306 circunferências?

2.3. Determine a soma de quarenta e oito termos sucessivos de (c_n), iniciando a contagem no quinto termo inclusive.

3. Seja f uma função diferenciável, de domínio $\mathbb{R}$, cuja derivada, f', é dada por

$$f'(x) = (x^2 - 1)e^{1-0.5x^2}$$

Estude a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

Na sua resposta, apresente:
- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para baixo;
- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para cima;
- a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de f, caso este(s) exista(m).

4. Considere a função g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por:

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{6x+3}{e^{2x+2}-e} & , \quad x < -\dfrac{1}{2} \\ \\ 5^{x+k} - 1 & , \quad x \geq -\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

4.1. Determine o valor k de modo que a função g seja contínua em $x = -\frac{1}{2}$.

4.2. Considere $k = 15$. Resolva, para $x \geq -\frac{1}{2}$, a equação $log_5\,[\,g(x) + 1\,] = 3x + log_5 125$, apresentando o resultado na forma mais simplificada.

5. Num estudo sobre o peso, em quilogramas, de 70 mochilas dos alunos de uma escola, sabe-se que:

- a mais leve pesava 2 kg;
- a mais pesada pesava 10 kg;
- 30 mochilas pesavam menos do que 4 kg;
- 40 mochilas pesavam menos do que 6 kg;
- 60 mochilas pesavam menos do que 8 kg.

5.1. Construa uma tabela de frequências absolutas, frequências relativas e de frequências relativas acumuladas, com quatro classes, apresentando os resultados em percentagem, arredondados às unidades.

5.2. Indique, justificando, a classe modal, a classe mediana e as classes que contêm o primeiro quartil e o terceiro quartil.

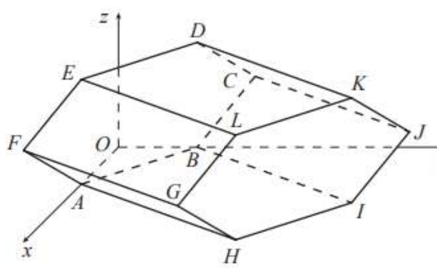
5.3. Calcule o peso médio das mochilas, arredondando o valor às décimas.

5.4. Determine a percentagem de mochilas com peso superior ou igual a 4 kg, arredondando o valor às unidades.

5.5. Sabendo que todas as mochilas eram diferentes, de quantas formas poderíamos arrumar as mochilas em fila, usando uma estante com quatro prateleiras, de modo que numa prateleira sejam arrumadas apenas as mochilas que pesam menos do que 4 kg?

A) $70!$ B) $30! \times 40!$ C) $4! \times 30! \times 40!$ D) $4 \times 30! \times 40!$

6. Na figura ao lado, está representado, num referencial o. n. *Oxyz*, o prisma hexagonal reto [*ABCDEFGHIJKL*], de bases [*ABCDEF*] e [*GHIJKL*].



Sabe-se que:

- as coordenadas dos vértices *A* e *G* do prisma são, respetivamente, $(4,0,0)$ e $\left(12, \frac{13}{2}, 2\right)$;
- a reta *EL* é definida pela equação vetorial $(x, y, z) = (-2, -8, 4) + m(3,4,0), m \in \mathbb{R}$.

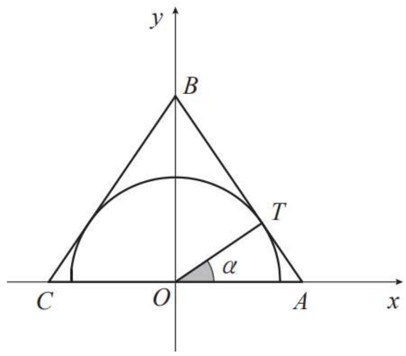
6.1. Qual das seguintes equações define a superfície esférica de diâmetro $[AG]$?

A) $(x-8)^2 + \left(y - \frac{13}{4}\right)^2 + (z-1)^2 = \frac{441}{16}$ B) $(x-8)^2 + \left(y - \frac{13}{4}\right)^2 + (z-1)^2 = \frac{441}{4}$

C) $(x-4)^2 + y^2 + z^2 = \frac{441}{16}$ D) $(x-4)^2 + y^2 + z^2 = \frac{441}{4}$

6.2. Determine as coordenadas do vértice *F* do prisma.

7. Na figura ao lado, estão representados, num referencial o. n. Oxy, uma semicircunferência de raio 2 cm, com centro na origem do referencial, e o triângulo isósceles $[ABC]$.



Sabe-se que:

- o vértice A pertence ao semieixo positivo Ox ;
- o vértice B pertence ao semieixo positivo Oy ;
- o vértice C pertence ao semieixo negativo Ox ;
- $\overline{AB} = \overline{BC}$;
- $A\hat{O}T = \alpha,\ \alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$;
- o lado $[AB]$ é tangente à semicircunferência no ponto T ;

7.1. Prove que a área do triângulo $[ABC]$, em cm^2, é dada, em função de α, por $\frac{8}{sen(2\alpha)}$.

7.2. Para uma área de 16 cm^2, calcule o valor de $\cos(2\alpha)$, considerando que $\alpha \in \left]\frac{3\pi}{4}, \pi\right[$.

8. Na década de sessenta do século passado, uma doença infeciosa atacou a população de algumas regiões do planeta. Admite que, ao longo dessa década, e em qualquer uma das regiões afetadas, o número, em milhares, de pessoas que estavam infetadas com a doença, t anos após o início de 1960, é dado, aproximadamente, por:

$$d(t) = \frac{3e^{kt}}{1 + pe^{kt}}$$, sendo k e p parâmetros reais.

8.1. Considere que, para uma certa região, se tem $p = 1$ e que no final de 1963 o número de pessoas infetadas atinge os 2500. Arredondando o valor às décimas, qual é o valor de k ?

8.2. Numa outra região, constatou-se que havia um milhar de pessoas que estavam infetadas no início de 1961. Para $p < 3$, qual é a relação entre k e p ?

Apresente a sua resposta na forma $k = -\ln(A + Bp)$, em que A e B são números reais.

8.3. Mostre que

$$d(t) = \frac{3}{p + e^{-kt}} .$$

9. De uma função h, contínua em $\mathbb{R}$, sabe-se que:

- $h(-2) = 3$;
- $\lim_{x\to-\infty} h(x) = -\infty$;
- a reta de equação $y = -4$ é assintota do gráfico de h;
- h é estritamente crescente no intervalo $]-\infty,-2[$ e estritamente decrescente no intervalo $]-2,+\infty[$.

Determine o valor lógico das seguintes afirmações, justificando a resposta apenas nas que considere serem verdadeiras:

(i) A função h tem dois zeros.

(ii) O contradomínio de h é $]-\infty,3]$.

(iii) $\lim_{x\to+\infty} h(x) - 4 = 0$.

(iv) $h(0) < -4$.

10. Seja f a função, de domínio $[-\pi,\pi]$, definida por $f(x) = 2.sen(4x) + 4x$, e seja r a reta de equação $y = -x + 2$.

10.1. Qual das expressões seguintes pode definir a função derivada de f?

A) $16.cos^2(2x) + 4$ B) $16.cos^2(2x) - 8$ C) $12 - 16\,sen^2(2x)$ D) $8 - 16\,sen^2(2x)$

10.2. Mostre, recorrendo ao teorema de Bolzano-Cauchy, que o gráfico da função f interseta a reta r em, pelo menos, um ponto de abcissa pertencente ao intervalo $\left]0,\frac{\pi}{4}\right[$.

FIM