



**Provas de Acesso ao Ensino Superior
Para Maiores de 23 Anos**

Candidatura de 2011

Exame de Matemática

Tempo para a realização da prova: 2 horas
Tolerância: 30 minutos

Material necessário:

- Material de escrita.
- Máquina de calcular científica (não gráfica).

A prova é constituída por dois grupos, I e II.

- O grupo I inclui 7 questões de escolha múltipla.
 - Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais apenas uma está correcta.
 - Se apresentar mais do que uma resposta ou se a resposta for ilegível, a questão será anulada.
 - Não apresente cálculos nem justificações.
 - Escreva na folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que considera correcta.
- O grupo II inclui 4 questões de resposta aberta.
 - Nas questões deste grupo apresente de forma clara o seu raciocínio, indicando todos os cálculos que efectuar e todas as justificações necessárias.

Cotações

Grupo I	70
Cada resposta certa	10
Grupo II	130
1.	40
1.1.....	10
1.2.....	15
1.3.....	15
2.	35
2.1.....	5
2.2.....	10
2.3.....	20
3.	25
3.1.....	20
3.2.....	5
4.	30
4.1.....	5
4.2.....	25

Formulário

Área de figuras planas:

- Triângulo: $\frac{Base \times Altura}{2}$
- Losango: $\frac{Diagonal\ Maior \times Diagonal\ Menor}{2}$
- Trapézio: $\frac{Base\ Maior + Base\ Menor}{2} \times Altura$
- Círculo: πr^2 ; r raio

Perímetro de figuras planas:

- Circunferência: $2\pi r$; r raio

Volumes:

- Paralelepípedo rectângulo: $Área\ da\ base \times Altura$
- Pirâmide: $\frac{1}{3} \times Área\ da\ Base \times Altura$
- Cone: $\frac{1}{3} \times Área\ da\ Base \times Altura$
- Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$; r raio

Progressões:

Termo de ordem n de uma progressão de razão r :

- Aritmética: $u_n = u_1 + (n - 1)r$
- Geométrica: $u_n = u_1 r^{n-1}$

Soma dos n primeiros termos de uma progressão de termo geral u_n e razão r :

- Aritmética: $S_n = \frac{u_1 + u_n}{2} \times n$
- Geométrica: $S_n = u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$ ($r \neq 1$)

Regras de Derivação:

- $(u \pm v)' = u' \pm v'$
- $(uv)' = u'v + uv'$
- $(\frac{u}{v})' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$
- $(u^n)' = nu^{n-1}u'$
- $(\text{sen } u)' = u' \cos u$
- $(\cos u)' = -u' \text{sen } u$
- $(\text{tg } u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$
- $(e^u)' = u'e^u$
- $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

Razões Trigonométricas de Ângulos Agudos:

α	$\text{sen } \alpha$	$\text{cos } \alpha$	$\text{tg } \alpha$
0°	0	1	0
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90°	1	0	-

Grupo I

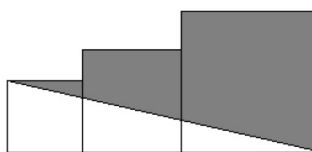
1. Seja g uma função de domínio A definida por $g(x) = \ln(1 - x^2)$.

Qual dos seguintes conjuntos poderá ser A ?

- (A) $] -e + 1, e - 1[$ (B) $] -1, 1[$
(C) $]0, +\infty[$ (D) $] -\infty, 1[$

2. Na figura estão representados três quadrados cujos lados medem 4m, 5m e 6m, respectivamente.

A figura não está desenhada à escala.



A área, em m^2 , da figura sombreada é de:

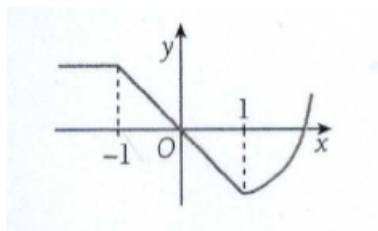
- (A) 47 (B) 53
(C) 42 (D) 60

3. Considere a função real de variável real tal que $f(x) = x \ln x$.

Indique qual das seguintes expressões define a função f' , função derivada de f :

- (A) $\frac{1}{x}$ (B) $\ln x$
(C) $\ln x + 1$ (D) $\ln(x + 1)$

4. Se a representação gráfica de uma função g é:



Então a representação gráfica da função g' , derivada de g , pode ser:

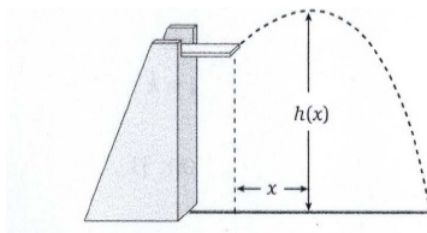
7. Uma progressão aritmética e uma progressão geométrica têm o número 2 como primeiro termo e os seus quintos termos também coincidem. A razão da progressão geométrica é 2, então a razão da progressão aritmética é:
- (A) $\frac{15}{2}$ (B) 6
(C) $\frac{32}{5}$ (D) 8
-

Grupo II

1. Dois atletas vão preparar-se para participar numa maratona. O atleta 1 começará por correr 8 km no primeiro dia e aumentará, a cada dia, essa distância em 2,5km. O atleta 2 começará por correr 17 km no primeiro dia e aumentará, a cada dia, essa distância em 2km.
- 1.1. Indique o número de quilómetros percorridos pelo atleta 1 no 10º dia.
1.2. Calcule o número total de quilómetros percorridos pelo atleta 2 ao fim de 10 dias de preparação.
1.3. Determine ao fim de quantos dias os atletas estarão a percorrer a mesma distância.
2. A trajectória descrita por uma atleta, quando salta de uma prancha para uma piscina, é dada por

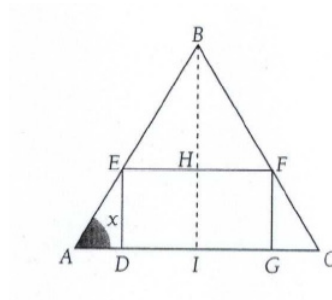
$$h(x) = -0,4x^2 + 2,4x + 8$$

sendo x a distância, em metros, na horizontal, da mergulhadora à extremidade da prancha e $h(x)$ a altura, em metros, da mergulhadora relativamente ao solo onde está colocada a prancha.



- 2.1. Calcule $h(5)$ e interprete o resultado no contexto do problema.
2.2. Resolva a equação $h(x) = 8$ e interprete as soluções no contexto do problema.
2.3. Qual a altura máxima atingida pela atleta?

3. Na figura:



- O triângulo $[ABC]$ é isósceles ($\overline{AB} = \overline{BC}$);
- $[DEFG]$ é um rectângulo;
- $\overline{DG} = 2$;
- $\overline{DE} = 1$;
- x é a amplitude do ângulo EAD

3.1. Mostre que a área do triângulo $[ABC]$, em função de x , é dada por

$$2 + \operatorname{tg} x + \frac{1}{\operatorname{tg} x}, \quad \left(x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$$

(Nota: Pode ser-lhe útil reparar que $E\hat{A}D = B\hat{E}H$.)

3.2. Considerando $x = 60^\circ$ determine a altura do triângulo $[ABC]$.

4. Um estudo sobre audiências televisivas revelou que o número de telespectadores de determinado canal variou, entre as 22 horas e as 24 horas de determinado dia, de acordo com a função:

$$N(t) = 50 + t^2 e^{-0,04t}$$

sendo N o número de telespectadores, em milhares, e t o tempo, **em minutos, decorrido após as 22 horas**.

4.1. Qual era o número de telespectadores às 22 horas?

4.2. Recorrendo à derivada da função, determine a **hora** a que o número de telespectadores foi máximo.

FIM